CUADERNILLO 7

EJEMPLAR DE CORTESÍA
NO APTO PARA LA VENTA

Nueva carpeta de Matemática III

Ruth Schaposchnik (coord.)
Luis Garaventa - Nora Legorburu
Patricia Rodas - Claudio Turano

Alumno/a

Curso

8. Combinatoria, probabilidad y estadística 3
Revisión inicial 4
Matrices de datos y tablas de frecuencias 5
Tablas de doble entrada 6
Media, mediana, moda y proporción 8
Combinatoria 10
Diagramas de árbol y de casilleros 10
Permutaciones 11
Variaciones 12
Combinaciones 13
Probabilidades 14
Experimentos y sucesos 14
Probabilidades de sucesos 15
En el mundo real 17
Infografías 17
Simulaciones por computadora 18
Más actividades 19
Autoevaluación 22
Actividades integradoras 23

AIQUE

Este CUADERNILLO 7 pertenece a la Nueva carpeta de Matemática III.
No puede venderse por separado.

DIRECCIÓN EDITORIAL
Diego F. Barros

COORDINACIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICA
Ruth Schaposchnik

EDICIÓN
Nora Legorburu
Valeria Machiunas

COPIEDICIÓN
Claudia García

CORRECCIÓN
Cecilia Biagioli (coordinación)
Claudia María Bevacqua Arbet
Alejandra Valente

SUPERVISIÓN GRÁFICA
Verónica Uher
Victoria Maier

COORDINACIÓN GRÁFICA
Silvina Roveda

DIAGRAMACIÓN
Daniel Balado
Gabriel Lauría
Silvana López

ILUSTRACIONES
Alejandra Lunik
Diego Molina
Diego Stigliano

FOTOGRAFÍA
Archivo Aique

PRODUCCIÓN INDUSTRIAL
Pablo Sibione

Agradecemos la colaboración de Gustavo Delupi en el control de las respuestas.

© Copyright Aique Grupo Editor S. A.
Francisco Acuña de Figueroa 352 (C1180AAF)
Ciudad de Buenos Aires
Teléfono y fax: 4867-7000
e-mail: editorial@aique.com.ar - www.aique.com.ar

Hecho el depósito que previene la Ley 11.723
LIBRO DE EDICIÓN ARGENTINA
ISBN 978-987-06-0060-2
Primera edición - Primera reimpresión

La reproducción total o parcial de este material en cualquier forma que sea, idéntica o modificada y por cualquier medio o procedimiento, sea mecánico, electrónico, informático, magnético y sobre cualquier tipo de soporte, no autorizada por los editores, viola derechos reservados, es ilegal y constituye un delito.

Nueva carpeta de matemática III / Nora Legorburu...[et.al.]. ; coordinado por Ruth Schaposchnik - 1a ed. 1a reimp. - Buenos Aires : Aique Grupo Editor, 2008.
200 p. ; 28x20 cm.

ISBN 978-987-06-0060-2

1. Matemática. I. Schaposchnik, Ruth, coord.

Esta edición se terminó de imprimir en Noviembre de 2008 en Latingráfica, Rocamora 4161, Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

8 COMBINATORIA, PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Los científicos, los economistas y los periodistas, entre otros, registran mucha información al observar la realidad que los rodea. La *Estadística* es la ciencia que les permite organizar esa información, para interpretarla y obtener conclusiones válidas.
La *teoría de probabilidades* le da fundamento teórico a la Estadística y permite, en muchos casos, estimar o predecir algunos resultados.

TORNEO APERTURA

5 primeros puestos

CLUBES	j	G	E	P	Gf	Gc	Puntaje
Boca Juniors	19	14	2	3	41	17	44
Estudiantes de La Plata	19	14	2	3	35	12	44
River Plate	19	11	5	3	33	17	38
Independiente	19	10	2	7	33	24	32
Arsenal	19	9	5	5	26	22	32

El empate de la tabla se definió con un partido en el que ganó Estudiantes de La Plata.

- ¿Qué porcentaje de los partidos empató Boca?
- ¿Cuál es el equipo con mayor razón entre los goles a favor y los goles en contra?
- Patricio es fanático de Independiente y tiene todos los partidos grabados en videocasetes. Si elige al azar un video de un partido del torneo apertura 2006, en el que haya jugado Independiente, ¿es más probable que se trate de un partido en que gana Independiente o no?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

REVISIÓN INICIAL

1 Hallen qué porcentaje del área de la figura ocupa cada combinación de colores en los siguientes casos.

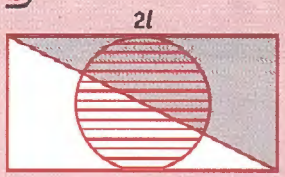
a)

I. Rayado y blanco:

II. Gris y rayado:

III. Blanco solo:

b)



I. Rayado y blanco:

II. Gris y rayado:

III. Gris y blanco:

IV. Blanco solo:

2 El hermanito de Pablo suele entrar en su habitación mientras él está en el colegio y juega con los 4 tomos de la enciclopedia que está en el último estante. Como no sabe leer, no se da cuenta del orden en que debe colocarlos y, por eso, los guarda desordenados la mayoría de las veces. Enumeren y cuenten las distintas formas en que puede acomodar la enciclopedia.

.....

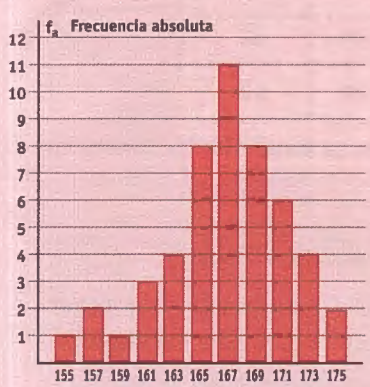
.....

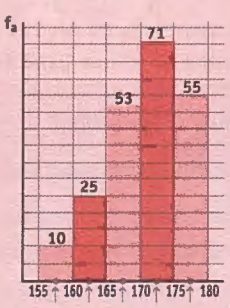
3 Unan cada tabla de frecuencias con el gráfico correspondiente.

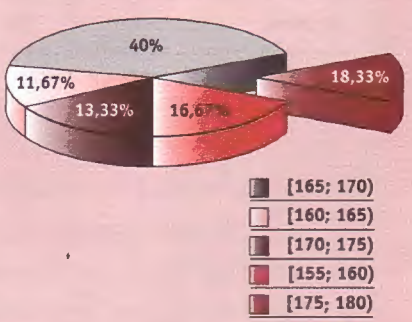
Estaturas (cm)	Frecuencia absoluta f_a
[155; 160)	10
[160; 165)	25
[165; 170)	53
[170; 175)	71
[175; 180)	55
Total	214

Estaturas (cm)	Número de estudiantes
[155; 160)	10
[160; 165)	7
[165; 170)	24
[170; 175)	8
[175; 180)	11
Total	60

Estaturas (cm)	Frecuencia absoluta f_a
155	1
157	2
159	1
161	3
163	4
165	8
167	11
169	8
171	6
173	4
175	2
Total	50







© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Matrices de datos y tablas de frecuencias

Para leer y recordar

- Frecuencia absoluta (f_a) es la cantidad de veces que aparece cada valor de la variable.
- Frecuencia relativa (f_r) es la fracción del total que corresponde a cada variable.
- Frecuencia porcentual (f_p) es el porcentaje del total de elementos de la muestra.

4 Los alumnos de un curso están organizando un campamento para fines de noviembre, junto con los profesores de Educación Física. Como no logran ponerse de acuerdo sobre el destino y el precio del viaje, organizaron una encuesta para decidir según la mayoría.

Encuesta para el campamento de fin de año

Sexo	Destino elegido	Monto que puede abonar
M ☐	Córdoba ☐	Hasta $100 ☐
F ☐	Tandil ☐	Hasta $200 ☐
	Pinamar ☐	Hasta $300 ☐
		Hasta $400 ☐

Las respuestas de las 30 familias se volcaron en la siguiente *matriz de datos.*

Sexo	Destino	$	Sexo	Destino	$	Sexo	Destino	$
F	TAN	200	F	CÓR	200	M	TAN	200
M	TAN	200	F	TAN	100	F	PIN	200
F	CÓR	200	M	TAN	200	F	TAN	200
M	CÓR	200	F	TAN	100	F	TAN	200
M	CÓR	400	F	CÓR	200	F	TAN	200
M	TAN	200	M	TAN	100	M	CÓR	200
M	CÓR	300	M	TAN	300	M	TAN	300
F	CÓR	400	M	CÓR	100	M	TAN	300
F	TAN	200	F	CÓR	200	M	TAN	300
M	CÓR	100	F	TAN	200	F	CÓR	200

a) Lean la información del cuadro y completen las tablas de frecuencias.

Destino	f_a	f_r	f_p
Córdoba			
Tandil			
Pinamar			

Paga hasta	f_a	f_r	f_p
$100			
$200			
$300			
$400			

b) ¿Qué destino les parece que eligieron para el campamento?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Tablas de doble entrada

Para leer y recordar

- Una *tabla* o *cuadro de doble entrada* es una tabla de frecuencias en la que se cruza la información de dos variables: una se anota en las filas; y la otra, en las columnas. En las celdas de intersección, se anota la frecuencia con que ocurren las dos *categorías* juntas.
- Los totales de las filas y de las columnas se llaman *totales marginales* y se corresponden con las frecuencias absolutas de las dos variables de la tabla.

5 Luego de que los profesores leyeron las tablas de frecuencias y de haber decidido el viaje a Tandil, las alumnas protestaron: "¡Nosotras queríamos ir a Córdoba!". Los varones quisieron mostrarles que no era cierto pero, con las tablas construidas, no pudieron argumentar. A Juan Carlos, se le ocurrió construir la siguiente tabla, en la que se cruzan las variables *destino* y *sexo*.

	Tandil	Córdoba	Pinamar	Totales
Femenino				
Masculino				
Totales				

a) Completen la tabla con los datos de la matriz del ejercicio anterior.

b) ¿Era cierta la teoría de las alumnas? ¿Por qué?

c) Observen las columnas de totales y compárenlas con las tablas de frecuencias del ejercicio 4. ¿Qué pueden observar?

d) Construyan una tabla para cruzar las variables *destino* y *dinero disponible* para el viaje.

6 En una oficina de una empresa que brinda servicios de Internet, se registran las consultas y los reclamos de los clientes en un libro. Un empleado seleccionó al azar los datos de 30 consultas y los registró en una matriz.

Edad	Sexo	Motivo	Edad	Sexo	Motivo	Edad	Sexo	Motivo
18	M	velocidad	20	M	navegador	43	F	velocidad
25	M	navegador	23	F	velocidad	21	M	navegador
32	F	velocidad	24	M	navegador	26	M	velocidad
19	F	navegador	26	F	velocidad	32	F	navegador
24	M	velocidad	32	F	velocidad	15	M	velocidad
32	F	velocidad	42	M	navegador	19	F	navegador
15	M	navegador	45	M	velocidad	42	F	velocidad
45	F	velocidad	33	F	navegador	33	M	velocidad
70	M	navegador	18	F	velocidad	75	M	velocidad
62	M	velocidad	22	M	navegador	62	F	navegador

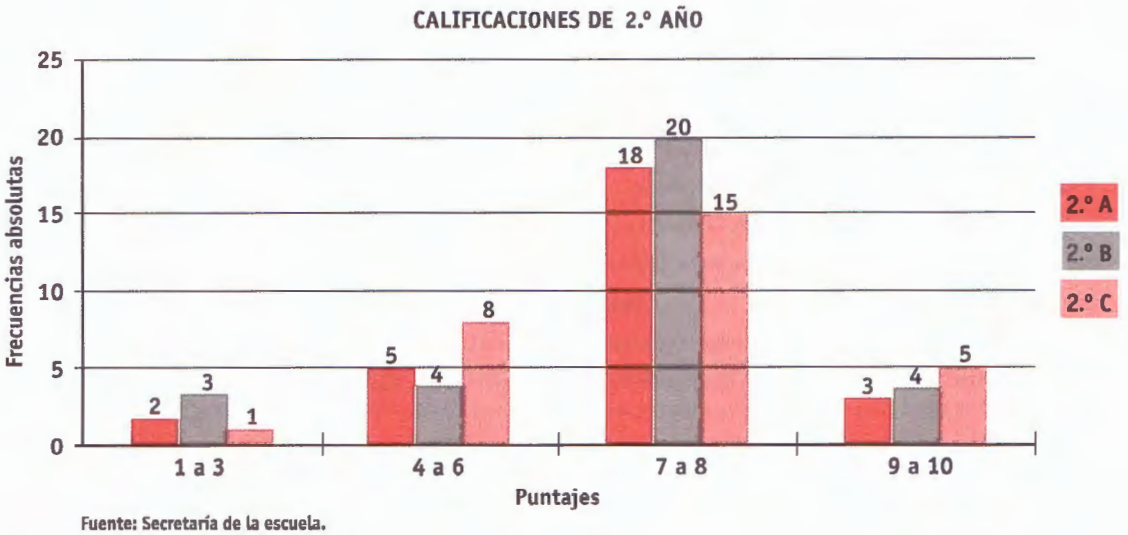
Construyan una tabla en la que se crucen las siguientes variables.

a) Sexo del cliente y motivo de la consulta.

b) Edad del cliente y motivo de la consulta.

© Aique Grupo Editor S. A. Pi

7 El que sigue es un gráfico comparativo de columnas que representa las calificaciones de Matemática de los tres cursos de 2.° año de una escuela.



Fuente: Secretaría de la escuela.

a) Construyan una tabla de doble entrada que refleje la situación del gráfico.

b) Construyan un diagrama de columnas con los datos conjuntos de los tres cursos.

c) ¿Qué porcentaje de alumnos obtuvieron menos de 7 puntos en cada curso? ¿Y en total?

8 El profesor de Matemática presentó el siguiente cuadro a los alumnos de un curso.

Isla Violeta
Medios de locomoción utilizados, según la forma de hospedaje
Valores porcentuales

	Avioneta	Lancha	Barco
Hotel	19,44	33,33	47,23
Casa	40,74	42,59	16,67

a) ¿Qué variables se cruzan en este cuadro?

b) Calculen los totales de las filas y de las columnas.

c) Observen en la figura de la derecha lo que pregunta Felipe. ¿Qué responderían a su pregunta? (Piensen en qué sentido se puede sumar el 100%).

d) ¿Tiene sentido este cruce de información? ¿Se nota alguna diferencia significativa al discriminar la información según hospedaje?

e) Sabiendo que se relevó la información de 36 personas que se hospedan en hotel y 54 en casa, construyan un cuadro de doble entrada con las frecuencias absolutas.

¿El 19,44% de los que viajaron en avioneta se hospedan en hotel, o el 19,44% de los que se hospedan en hotel viajaron en avioneta?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Media, mediana, moda y proporción

Para leer y recordar

- *El promedio o media* ($\bar{x}$) de una muestra se obtiene dividiendo la suma de los valores observados por el total de observaciones.
- *La moda* (Mo) de una muestra es el valor de la variable que más se repite en la muestra.
- *La mediana* (M) de una muestra ordenada es el valor central, de modo tal que una mitad de las observaciones son mayores o iguales que la mediana; y la otra mitad de las observaciones son menores o iguales. Para calcular la mediana se ordenan los datos y, si la cantidad de observaciones es impar, se toma como mediana el valor central; en caso contrario, se calcula el promedio de los dos valores centrales.
- *La proporción* (p) de valores de una muestra con una cierta característica se calcula dividiendo la cantidad de datos que cumplen con la característica por el total de observaciones.

9 En la escuela, se desarrolló un curso, abierto a toda la comunidad, de "Estrategias para conseguir empleo". Al finalizar el curso, los alumnos fueron examinados y, además, calificaron la utilidad de los contenidos del curso. Los datos de los 24 asistentes son los siguientes.

Edad	Sexo	Calificación obtenida	Evaluación personal	Edad	Sexo	Calificación obtenida	Evaluación personal
17	M	4	B	19	M	10	B
16	M	7	MB	23	M	9	MB
15	F	6	M	22	M	8	MB
20	F	8	MB	25	F	9	R
22	F	7	MB	29	M	7	B
18	M	8	B	17	F	6	MB
17	F	8	B	16	M	7	MB
16	M	6	R	20	M	8	M
15	M	9	B	23	F	9	B
22	F	5	B	22	F	9	B
23	F	8	MB	19	M	8	B
40	M	9	B	18	M	5	MB

a) Hallen la edad promedio y la edad mediana de los alumnos.

b) Calculen la moda de la variable sexo.

c) ¿Qué proporción de los asistentes no estuvo conforme (evaluó como R o M) con el curso?

d) Construyan un cuadro para cruzar las variables sexo y calificación.

e) Comparen.

I. La calificación promedio obtenida por cada sexo.

II. La proporción de desaprobados por cada sexo, si se aprueba con 7 puntos o más.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Para observar

La tabla corresponde a un relevamiento de precios de un modelo de remera. Como con los datos de la tabla no se pueden calcular la media, la moda, ni la mediana, debemos aproximarlas. Para ello, procedemos de la siguiente manera:

Precio	f_a
[30; 40)	5
[40; 50)	7
[50; 60)	10

Moda: **El intervalo de mayor frecuencia es [50; 60), entonces:**

$$M_o \cong \frac{50 + 60}{2} = \$55$$

Mediana: **En este caso, no informamos un número, sino solamente el intervalo que contiene la mediana. Como son 22 observaciones, la mediana se encuentra entre las posiciones 11 y 12, por lo tanto, *el intervalo mediano* es [40; 50).**

Media: **Para aproximar la media, hacemos el siguiente cálculo:**

$$\bar{x} \cong \frac{35 \,.\, 5 + 45 \,.\, 7 + 55 \,.\, 10}{22} = \$47{,}27$$

Los números en color se corresponden con los puntos medios de los intervalos de la tabla.

10 A la siguiente tabla, que corresponde a lo que gasta en alquiler un grupo de personas, se le borró una cifra.

Alquiler	[400; 500)	[500; 600)	[600; 700)	[700; 800)	[800; 900)
Frecuencia	3	7	9	15	

a) Calculen cuántas observaciones componen esta muestra si el alquiler promedio fue aproximado a $685.

b) Hallen la moda y el intervalo mediano.

c) Calculen la proporción de personas que pagan menos de $700 de alquiler.

d) Supongan que se determina un impuesto de $30 sobre los valores de los alquileres. ¿Cuál sería el nuevo promedio de los alquileres?

e) Si, en lugar de un monto fijo de $30, se aplicara un impuesto del 10% sobre el valor del alquiler, ¿cuál sería el alquiler promedio?

f) Comparen los valores obtenidos en **d)** y **e)** con la media original. ¿Qué conclusiones pueden sacar?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Combinatoria

Diagramas de árbol y de casilleros

11 En un auto, pueden viajar 5 personas. ¿De cuántas formas distintas, pueden sentarse si sólo 3 saben manejar?

.....

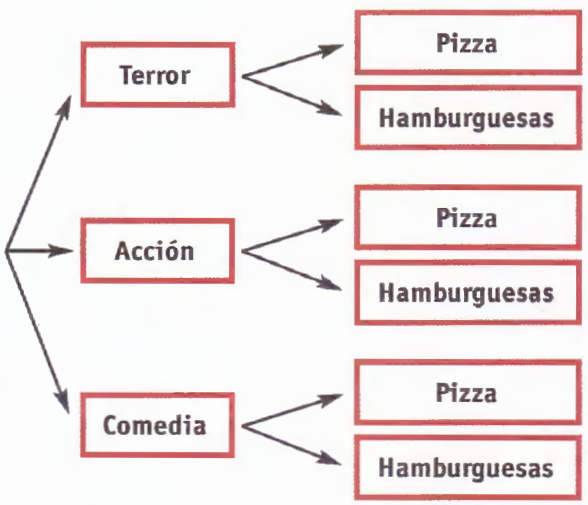
.....

12 En el acto de fin de curso de una escuela, representarán una obra de teatro de 3 personajes (Pedro, Pablo e Ingrid). Si en el grupo de teatro, hay 5 alumnas y 6 alumnos, ¿de cuántas formas distintas, se pueden asignar los personajes?

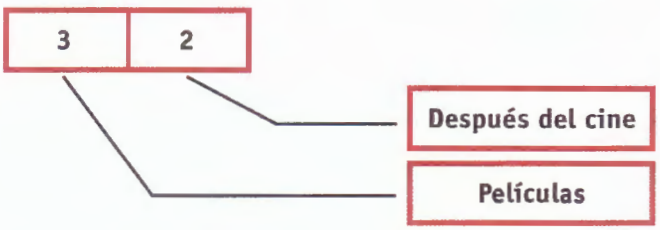
.....

.....

13 Inés y Juan van a salir el sábado por la tarde. Entre las opciones que contemplaron, estaban: ir al cine a ver una película de terror, una de acción o una comedia y, a la salida, ir a comer pizza o una hamburguesa.
Para analizar las alternativas, Juan hizo un diagrama de árbol:



Inés contó las formas con un diagrama de casillas.



Luego, hablaron por teléfono y decidieron no ver la película de terror, pero agregaron como opciones: ir a comer panchos o choripanes a la salida del cine.
¿Cuántas alternativas tienen entonces? ¿Cuáles son?

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Permutaciones

14 Con los dígitos 5, 6, 7, 8 y 9:

a) ¿Cuántos números de 5 cifras distintas se pueden formar?

b) Escriban 5 de ellos.

15 ¿De cuántas maneras, se pueden ordenar las letras de la palabra BOSQUE?

16 En la final de un sorteo, hay diez personas y diez premios, uno para cada una. ¿De cuántas formas distintas se pueden otorgar?

17 En una habitación, hay una mesa circular cerca de una ventana.

a) ¿De cuántas formas distintas, pueden sentarse 6 personas alrededor de esa mesa?

b) ¿Y si Pedro y Juan no quieren sentarse juntos?

c) ¿Y si Nahuel y Nazarena quieren estar uno al lado del otro?

Para leer y recordar

- Una *permutación* de un número de objetos es una disposición de esos objetos en un cierto orden.
- Para calcular la cantidad de permutaciones distintas que se pueden formar con todos los n elementos de un grupo, podemos utilizar diagramas de árbol o de casilleros, o bien podemos utilizar la fórmula:

$P_n = n!$.

$n!$ se lee factorial de n, y se calcula mediante el producto $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 1$ $(n > 1)$. También se define $0! = 1$ y $1! = 1$.

- Las calculadoras científicas tienen una tecla [x!] que permite obtener factoriales.

18 Calculen.

a) $8! =$

b) $\frac{7!}{5!} =$

c) $6! =$

d) $\frac{6!}{4!} =$

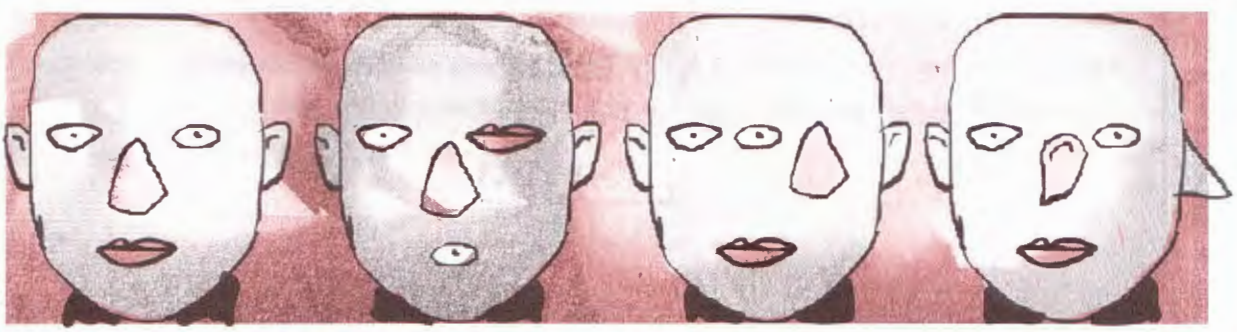
e) $1! =$

f) $\frac{7!}{2! \cdot 5!} =$

g) $\frac{5!}{0!} =$

h) $\frac{4!}{(4-3)!} =$

i) $\frac{5!}{5!\,(5-5)!} =$



© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Variaciones

19 El Centro de Estudiantes de la escuela elegirá autoridades para su comisión directiva. En total, son 7 miembros. Entre ellos, deben elegir presidente, vicepresidente y secretario. ¿De cuántas formas distintas puede hacerse esta selección?

20 En una playa de veraneo, se está llevando a cabo una competencia de resistencia de baile. Ya pasaron 3 horas de *rock and roll*; y 6 parejas permanecen en competencia, entre ellos, Cristina y Patricio. A la pareja ganadora, le entregarán un viaje y una estadía para dos personas en esa misma playa; a la segunda pareja, una excursión de un día a una isla cercana, y a la tercera, dos CD con los temas que bailaron en la competencia.

a) ¿De cuántas formas distintas, se pueden distribuir los premios?

b) ¿En cuántas de esas formas, Cristina y Patricio no ganan premio?

c) ¿En cuántas de ellas, ganan el primer premio?

21 En un festival de fin de año, programaron 3 *sketches*, 5 grupos musicales y 2 parejas de baile.

a) ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse los números?

.....

b) ¿De cuántas formas distintas pueden ordenarse si los números que son del mismo tipo deben ir seguidos?

.....

Para leer y recordar

- Una *variación* de k elementos elegidos de un grupo de n ($V_{n;\,k}$) es una disposición de los k elementos seleccionados en un cierto orden.
- Para contar todas las variaciones de n elementos agrupados de a k, podemos utilizar un diagrama de árbol o de casilleros, o bien, aplicar la fórmula:

$$V_{n;\,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Ejemplo:

La cantidad de números de 3 cifras distintas que se pueden formar con los dígitos del 1 al 5 se puede calcular con $V_{5;\,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60$ o, también, con un diagrama: | 5 | 4 | 3 | → 5 . 4 . 3 = 60.

Algunas calculadoras científicas tienen la tecla [nPr], que sirve para obtener variaciones. En este caso, se puede llegar al resultado anterior oprimiendo la siguiente secuencia de teclas:

[5] [nPr] [3] [=]

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Combinaciones

22 Entre los 32 alumnos de un curso, se debe elegir una comitiva de 4 integrantes para entrevistar al escritor de la novela que acaban de leer en Lengua. ¿De cuántas maneras distintas, puede elegirse la comisión?

.....

.....

23 Se nombran 10 puntos en una circunferencia.

a) ¿Cuántas rectas que pasen por pares de esos puntos se pueden trazar?

b) ¿Cuántos triángulos se pueden dibujar que tengan sus vértices entre los puntos nombrados?

24 En el equipo de fútbol de la escuela, hay 25 alumnos, de los cuales sólo 2 juegan de arqueros. Se organiza un torneo regional al que se pueden llevar 15 jugadores. El director técnico decide llevar a los 2 arqueros y a 13 jugadores más.

a) ¿Cuántas comitivas diferentes se pueden formar?

.....

b) Una vez en el torneo, ¿cuántos equipos distintos se pueden poner en la cancha (sin tomar en cuenta las posiciones), si los arqueros sólo juegan en el arco?

.....

Para leer y recordar

- Una *combinación* es una selección de objetos sin considerar el orden. Una selección de *k*, objetos en un grupo de *n* distintos, se llama *combinación de n elementos tomados de a k.*
- Para contar todas las combinaciones de *n* elementos tomados de *a k*, podemos seguir alguno de los siguientes procedimientos.

a) $C_{n;\,k} = \dfrac{V_{n;\,k}}{P_k}$

$C_{n;\,k}$: grupos no ordenados de *k* elementos

$V_{n;\,k}$: grupos ordenados de *k* elementos

P_k: todos los ordenamientos de *k* elementos

b) Con el uso del *número combinatorio*: $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Ejemplo:

Un profesor tiene 5 preguntas posibles para una prueba. Si decide tomar sólo 3 de ellas, la cantidad de evaluaciones posibles se puede calcular mediante $C_{5;\,3} = \dfrac{5!}{3!\,.\,2!} = \dfrac{120}{12} = 10$

- Si disponen de una calculadora científica que incluya la tecla nCr, pueden verificar el resultado anterior oprimiendo la siguiente secuencia de teclas:

5 nCr 3 =

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Probabilidades

Experimentos y sucesos

Para leer y recordar

- *Experimento aleatorio:* es aquel en el que, a pesar de no poder predecir el resultado, se conoce el conjunto de los resultados posibles.
- *Espacio muestral:* es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.
- *Suceso:* es un conjunto de resultados posibles de un experimento aleatorio.

Ejemplo:

En el experimento aleatorio *arrojar un dado,* el espacio muestral es E = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Un suceso S de ese experimento es *sale número par:* S = {2, 4, 6}.

25 Escriban el espacio muestral asociado a los siguientes experimentos aleatorios. Tomen **a)** como ejemplo.

a) Se toman dos televisores de un lote en el que hay "buenos" y "fallados", y se controla su calidad.

E = {(B; B), (F; F), (B; F), (F; B)}

b) Se observa una familia con tres hijos, y se registra el sexo de ellos.

E = { .....

c) En una bolsa, hay tres bolillas verdes, numeradas del 1 al 3; y en otra bolsa, hay cinco bolillas rojas, una con cada vocal. Se extraen al azar dos bolillas, una de cada bolsa; y se registran los resultados obtenidos.

E = { .....

d) Entre cinco novelas posibles (N_1, N_2, N_3, N_4, N_5), un estudiante debe seleccionar tres para un examen.

E = { .....

26 Para cada experimento del ejercicio anterior, escriban tres sucesos posibles.

a) .....

b) .....

c) .....

d) .....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Probabilidades de sucesos

Para leer y recordar

Para calcular la *probabilidad* de que ocurra el suceso A, cuando todos los casos posibles tienen la misma chance de salir, utilizamos la fórmula siguiente:

$$\text{Probabilidad}(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número total de casos posibles}}$$

Para contar tanto los casos favorables como los posibles, podemos usar las fórmulas de combinatoria, cuando sea conveniente.

27 En una liquidación de un negocio, quedan 10 *jeans* azules y 5 negros. Se eligen dos al azar para sortearlos entre los clientes de ese día.

a) Completen el procedimiento para calcular la probabilidad de que ambos *jeans* sean negros.

Casos posibles: Todos los grupos de dos pantalones que se pueden formar con 15 *jeans* son .....

Casos favorables: Todos los grupos de dos pantalones negros que se pueden formar son .....

Probabilidad (2 negros) = $\frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número total de casos posibles}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad$

b) Calculen la probabilidad de que, si se eligen 3 pantalones al azar, sean todos azules.

.....

28 Para un acto escolar, se deben proyectar 10 diapositivas. Pedro, llevando el carrete, las volcó y volvió a ponerlas todas al derecho, pero en el orden en que las fue levantando. ¿Cuál es la probabilidad de que las diapositivas hayan quedado en el orden correcto?

29 Ocho amigos compran los últimos ocho boletos disponibles a Córdoba (cuatro asientos dobles del lado izquierdo) y los reparten al azar entre ellos. ¿Cuál es la probabilidad de que, a Sandra y a Gabriela, les hayan tocado asientos contiguos?

30 Para un examen de Historia, el profesor les pidió a sus alumnos que estudiaran un cuestionario con 15 preguntas, de las cuales él tomaría sólo 5, y les dijo que aprobaría a quienes respondieran bien 3 o más de ellas. Mariel, solamente, estudió bien 8 de las preguntas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que Mariel conteste bien todas las preguntas?

b) ¿Qué probabilidad tiene de no poder contestar ninguna de ellas?

31 Consideren los dígitos 1, 2 y 3.

a) ¿Cuántos números de 5 cifras se pueden formar?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que uno de estos números, elegido al azar, sea impar?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

32 Se tira un dado de 12 caras numeradas de 0 a 11. Hallen la probabilidad de que salga un número par o un número menor que cuatro.

.....

Para leer y recordar

- Dos sucesos son *mutuamente excluyentes* cuando no pueden ocurrir en forma simultánea.
- Para dos sucesos cualesquiera A y B: $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$.

Ejemplo:

Se arroja un dado, y se definen los siguientes sucesos:

A = {sale 2} B = {sale un número par}

Entonces, $P(A) = \frac{1}{6}$ y $P(B) = \frac{1}{2}$.

La probabilidad de que ocurra alguno de los dos sucesos es $P(A \text{ o } B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$.

- Si A y B son mutuamente excluyentes, $P(A \text{ y } B) = 0$, entonces: $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$.

Ejemplo:

La probabilidad de que, al arrojar un dado, *salga 3* o *salga un número par* es: $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$.

33 En la casa de Nahuel, arman cajitas en forma artesanal. El 6% encastra mal la tapa con la caja y el 7% tiene fallas en el papel de forro. El 10% de las cajitas tiene alguna de las dos fallas. ¿Cuál es la probabilidad de que una caja elegida al azar tenga las dos fallas?

.....

34 En una encuesta realizada entre los alumnos de una escuela, se pudo observar que el 70% va al cine, por lo menos, una vez al mes. Entre ellos, en el momento de determinar preferencias, el 35% eligió las películas románticas; y el 40%, las de acción.

a) Las preferencias, ¿eran excluyentes?

.....

b) Si se elige un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no vaya al cine, al menos, una vez al mes?

.....

c) ¿Qué proporción de alumnos elige los dos tipos de películas?

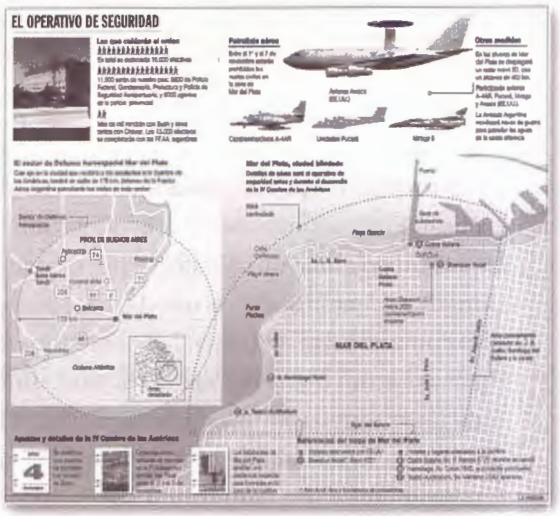
.....

.....

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Infografías



En los últimos años, se hizo muy frecuente el uso de infografías en los medios gráficos de comunicación. Una *infografía* es una expresión gráfica de una situación que presenta diversos datos en forma de texto, de imagen y de gráficos estadísticos y que resume, en forma fácil de leer, la información disponible de un tema.

En la figura que sigue, pueden ver una infografía en la que se resumen datos demográficos de la provincia de Buenos Aires.

Su superficie es de **307.571 km²**

11% del total de la superficie americana emergida de la Argentina.

Del total, 3.680 km² pertenecen a los partidos del Gran Buenos Aires.

La población (excluidos los partidos del Gran Buenos Aires) es de **5.142.766 hab.**

14% de la población total de la Argentina.

2.622.811 — 2.519.955

Fuente: INDEC.

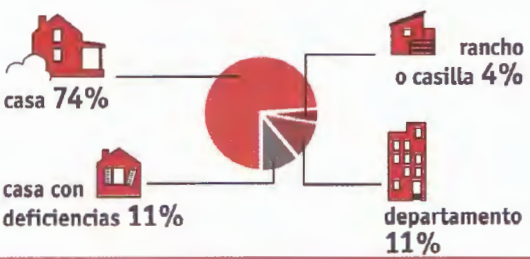
VIVIENDA

Número total de viviendas con moradores presentes (2001): **1.494.822**

Promedio de habitantes por vivienda. **3,4**

La calidad de las viviendas de la provincia presenta una gran diferencia, según se trate de las zonas urbanas o de las rurales.

TIPO DE VIVIENDAS



35 Respondan a las preguntas.

a) ¿De qué sexo, hay mayor proporción de habitantes?

.....

b) ¿Cuántas viviendas son tipo rancho?

.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Simulaciones por computadora

En la actualidad, es muy común que se realicen simulaciones por computadora para simplificar la tarea de encuestar permanentemente a la población.
Con una planilla de cálculo, se pueden simular experimentos aleatorios con el uso de unos pocos comandos.
El comando **ALEATORIO**( ) genera números decimales al azar entre 0 y 1. Por ejemplo, para simular la tirada de una moneda, se usa el comando **ALEATORIO**( ) y se redondea su resultado a cifra entera. Si el redondeo da cero, es "cara"; en caso contrario, se considera "ceca".
Para trabajar con sucesos de otras probabilidades, se utiliza el comando lógico **SI**.
Supongan que quieren simular una muestra de varones y mujeres, de modo tal que haya un 45% de varones y un 55% de mujeres.
Para ello, deben seguir los siguientes pasos:

- Posicionarse en una celda.
- Activar el asistente de fórmulas.
- Seleccionar: LÓGICA - SI.
- Completar el cuadro de diálogo como muestra la figura.

Prueba lógica: ALEATORIO( ) < 0,45
Valor si verdadero "Varón"
Valor si falso "Mujer"

Si quieren simular una muestra de 30 varones y mujeres en esa proporción, solamente deben copiar esa fórmula en 30 casillas.
Lo interesante del comando **ALEATORIO**( ) es que, cada vez que se modifica algún dato de alguna celda en la planillla, se vuelve a generar otra vez toda la simulación, cambiando todos los valores de la matriz.

36 En una computadora, simulen la llegada de clientes a una cola de espera, sabiendo los siguientes datos.

- Un 70% son mujeres, y un 30% son hombres.
- Un 30% son menores de 18 años; un 50% tienen entre 18 y 65 años, y el resto son mayores de 65.
- El 15% viene a depositar dinero; el 30%, a retirar; y el resto, a pagar impuestos y servicios.

a) Construyan una matriz de datos con las tres columnas, una para cada variable, y simulen una muestra de 25 observaciones.

b) Efectúen las tablas de frecuencias y los cruces de variables necesarios para analizar la composición de los clientes que van a la cola del banco.

c) Verifiquen que los porcentajes resultantes sean aproximados a los que se plantean en el enunciado.

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

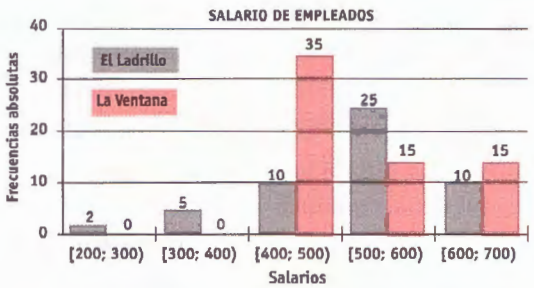
MÁS ACTIVIDADES

37 El gráfico de columnas representa los salarios ganados por los obreros de dos compañías constructoras.

a) Hallen el salario promedio, la moda de cada compañía y el intervalo mediano de los salarios.

b) Si se considerara "aceptable" un salario por encima de los $500, ¿qué proporción de obreros gana un salario aceptable en cada compañía?

c) Supongan que las dos compañías se unieran en una sola y que mantuvieran a todos sus empleados con sus sueldos respectivos. Calculen la media, el intervalo mediano y la moda de los salarios de la nueva compañía.

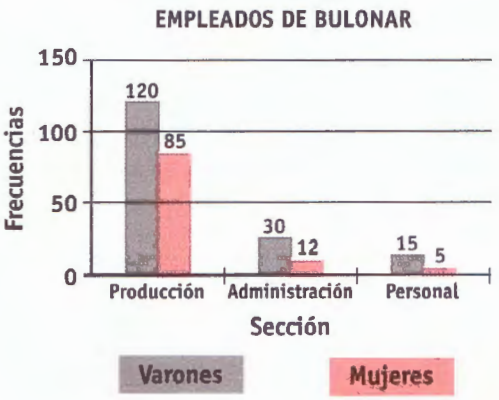


38 La hamburguesería Don Ronaldo tiene un combo de hamburguesa con papas y gaseosa. A las hamburguesas, se les pueden agregar dos ingredientes, entre tomate, pepino, lechuga, queso y huevo duro. ¿Cuántos combos distintos de hamburguesa con dos ingredientes se pueden formar?

39 En la tienda de *merchandising* del grupo musical Me Llevaré tus Ahorros, se venden 20 modelos distintos de remeras de la última gira nacional, todas del mismo precio. Pedro, que es fanático del grupo, sólo tiene dinero para tres de ellas. ¿Cuántas elecciones diferentes puede hacer?

40 En un tablero, hay 4 luces de diferentes colores para señalizar. ¿Cuántas señas distintas se pueden hacer?

41 En el gráfico de columnas que sigue, se muestra la composición por sexo de los empleados de tres secciones de una empresa.



a) Si se toma un empleado al azar, hallen la probabilidad de que sea de la administración.

b) Si se toma un empleado de producción al azar, hallen la probabilidad de que sea mujer.

c) Si se toma un empleado al azar, hallen la probabilidad de que sea mujer y de personal.

d) Construyan una tabla de frecuencias para cada una de las dos variables involucradas en el gráfico.

e) Hallen la moda de la variable sexo.

42 ¿Cuántas diagonales tiene un polígono de 20 lados?

43 En una mano de truco, ¿cuál es la probabilidad de sacar el as de espadas y el de bastos simultáneamente?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

44 Una empresa tiene 350 empleados. La tabla que sigue corresponde a la antigüedad, en años, en el trabajo.

Antigüedad (años)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Frecuencia	100	95	65	50	25	15

Hallen la media de la antigüedad de los empleados.

45 Andrés tiene un taller mecánico y compra los repuestos en dos locales cercanos a su negocio. Al proveedor García, le compra el 40% de las veces y al proveedor González, el 60% de las veces. García le vende mercadería fallada el 2% de las veces; y González, el 3% de las veces. ¿Cuál es la probabilidad de que, al comprar un repuesto, esté fallado?

46 Se tiran dos dados, y se observan las caras que salen.

a) Hallen la probabilidad de que sumen 9.

b) Hallen la probabilidad de que sumen más de 10.

c) Hallen la probabilidad de que la diferencia entre la mayor y la menor sea menor o igual que 2.

47 Se hace un sorteo de una rifa que tiene los números del 1 al 100 000.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un múltiplo de 3?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que termine en 5 ó 7?

48 En el entrenamiento de vóley de la escuela, hay 25 alumnos. Para participar en un torneo, el entrenador elegirá por sorteo a 6 titulares y a 2 suplentes que formarán el equipo.
¿De cuántas maneras distintas, puede quedar armado el equipo?

49 Inventen un problema que pueda resolverse mediante variaciones de seis elementos tomados de a dos.

50 El equipo de fútbol de la escuela participa en un torneo intercolegial y llegó a los octavos de final. ¿De cuántas formas distintas, pueden darse los 4 primeros puestos entre los 16 equipos?

51 Los hermanos Vicmay fueron a Mar del Plata de vacaciones, a un departamento prestado. El llavero tenía 5 llaves del mismo tipo (una de la puerta del edificio; dos de la puerta del departamento; y las otras dos, de puertas internas). Llegaron una noche de lluvia y, empapados, tuvieron que abrir la puerta principal.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que probaran, en tercer lugar, la llave correcta?

b) Una vez dentro del edificio, ¿cuál es la probabilidad de acertar, de una vez, con las dos llaves de la puerta del departamento?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

52 En una fábrica, hay tres líneas de producción para armar lapiceras. En la tabla que sigue, se muestra la cantidad y calidad de los productos fabricados por cada línea en un cierto día.

	Línea A	Línea B	Línea C
Correctos	150	250	280
Fallados	5	15	35

a) ¿Qué línea produce una mayor proporción de fallados?

b) Si se toma una lapicera que no haya sido armada en la línea B, ¿cuál es la probabilidad de que no esté fallada?

c) Si se toma una lapicera fallada, hallen la probabilidad de que haya sido elaborada en la línea C.

53 Con un mazo de cartas de truco, ¿cuántas flores distintas se pueden formar? (Una flor son tres cartas del mismo palo).

55 En el ingreso a una universidad, se rinden exámenes de dos materias: Matemática y Expresión Escrita. Se sabe que el 85% de los ingresantes no reprobó ninguno de los exámenes, el 10% reprobó Matemática, y el 9% reprobó Expresión Escrita. Se toma un ingresante al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya desaprobado, al menos, una de las dos materias?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya reprobado las dos materias?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya reprobado, solamente, una de las materias?

54 Clasifiquen como *excluyentes* o *no excluyentes* los siguientes pares de sucesos.

Experimento	A	B	¿Excluyentes?
Se tira un dado, y se observa la cara que sale	{1, 2}	{3, 4}	
Se eligen 2 personas entre Juan, Inés, Diego e Hilda para un viaje.	{Se elige a Inés}	{No viajan varones}	
Se registran los resultados de los próximos 5 partidos de tu equipo favorito.	{GGPPE, GGPEE}	{Empata, al menos, una vez}	

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

AUTOEVALUACIÓN

1 En un hotel, se entrega una encuesta para relevar la conformidad de los clientes con el servicio. Los resultados de una muestra de datos fueron los siguientes.

Edad	Sexo	Calidad del servicio
25	M	M
17	F	B
33	F	R
35	M	R
40	F	MB
65	F	MB
52	M	E
40	M	B
17	M	M
23	F	R
28	M	MB
29	F	MB
39	M	MB

Edad	Sexo	Calidad del servicio
33	F	B
15	M	MB
75	M	R
60	F	M
40	M	B
44	F	B
43	M	MB
35	M	R
42	M	MB
53	F	B
61	F	R
77	M	B

a) Construyan una tabla de frecuencias con la variable edad.

b) Crucen las variables sexo del cliente y calidad del servicio.

c) Entre los varones, ¿qué porcentaje tuvo una buena evaluación del servicio (evaluación B, MB o E)?

d) Calculen la edad promedio.

e) Calculen la calificación mediana.

f) ¿Qué proporción de los clientes no está conforme con el servicio (evaluación R o M)?

2 En una escuela, hay 25 varones en 1.° y 32 en 2.°; y 29 mujeres en 1.° y 34 en 2.°. Todos ellos salen de viaje de estudios.

a) Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea varón?

b) Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de 2.° y sea mujer?

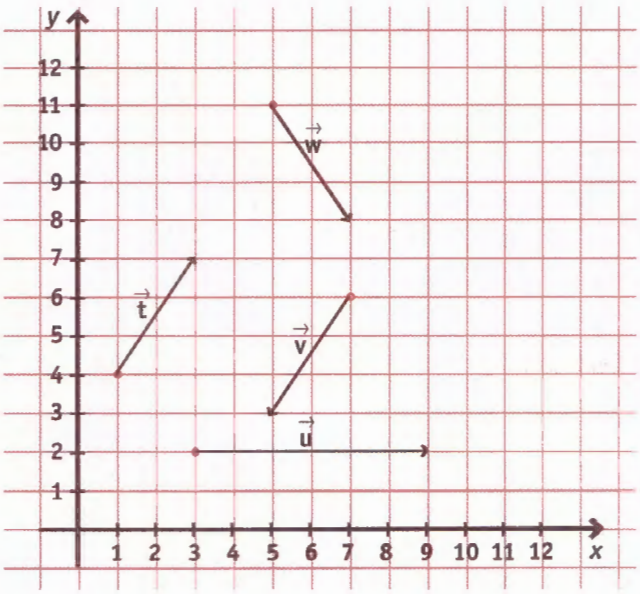
c) Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea varón o de 1.°?

3 En un grupo de 2.° año, hay 15 alumnas que realizan diversas actividades: 4 participan del taller de ciencias; 5 juegan al vóley, y 6 son integrantes del taller de escenografía. Ninguna participa en más de una actividad.
¿De cuántas formas distintas, se puede elegir una comisión de tres alumnas que sea una de cada grupo?

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

ACTIVIDADES INTEGRADORAS

Observen los siguientes vectores representados en un sistema de ejes cartesianos.



1 Indiquen las coordenadas del origen y del extremo de cada vector.

.....

2 Apliquen a $\vec{t}$ una traslación conveniente, de modo que el origen de $\vec{t}'$ coincida con el origen de $\vec{u}$. Dibujen el vector asociado a la traslación que aplicaron.

.....

3 Apliquen a $\vec{v}$ una traslación conveniente, de modo que el extremo de $\vec{v}'$ coincida con el extremo de $\vec{u}$. Dibujen el vector asociado a la traslación que aplicaron.

.....

4 Analicen si los vectores $\vec{v}$, $\vec{u}$ y $\vec{s} = \vec{u} + \vec{t}$ forman un triángulo. Si la respuesta es positiva, hallen las medidas de los lados y los ángulos interiores del triángulo.

.....

5 Consideren todos los puntos cuyas coordenadas determinaron en la actividad 1), y respondan: ¿cuántos vectores y cuántos segmentos determinan? Expliquen por qué ambas cantidades son diferentes.

.....

6 Si de todos los vectores considerados en el ítem anterior se toma uno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su origen coincida con el origen de $\vec{w}$? Expliquen cómo lo calculan.

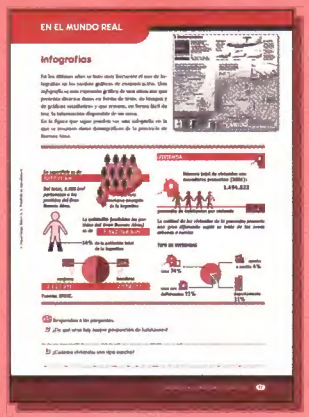
.....

© Aique Grupo Editor S. A. Prohibida su reproducción.

Cómo son estos cuadernillos

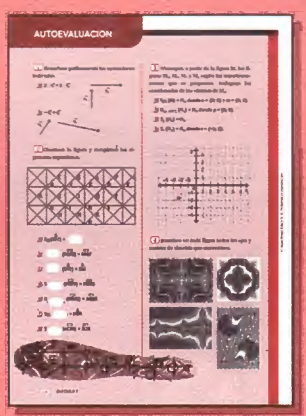
Apertura
Una situación disparadora es el eje que abre cada capítulo.

Revisión inicial
Incluye actividades para repasar los conocimientos previos.

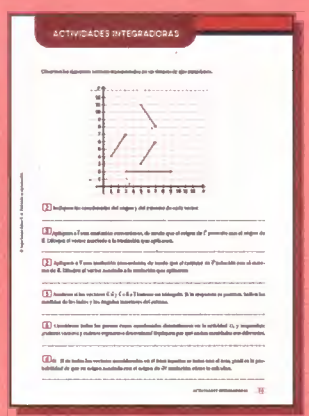


En el mundo real
Trata ejemplos con datos concretos, vinculados a aplicaciones a otras disciplinas y a situaciones cotidianas.

Más actividades
Contiene una serie adicional de ejercitaciones diversas de todos los temas desarrollados en el capítulo.



Autoevaluación
Se propone una combinación de actividades que servirá a modo de evaluación de los contenidos tratados en el capítulo.



Actividades integradoras
Al final de los cuadernillos 2, 5 y 7, se presenta una sección con propuestas destinadas a interrelacionar los contenidos de los cuadernillos anteriores.

Para leer y recordar

Si n es un número natural:

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factores}}$ $\qquad a^0 = 1 \ (a \neq 0)$

Los recuadros identificados con la leyenda **Para leer y recordar** contienen información necesaria para la resolución de las actividades (conceptos, fórmulas, definiciones).

Para observar

Recordemos con algunos ejemplos cómo operamos con fracciones.

Los recuadros identificados con la leyenda **Para observar** contienen ejemplos explicados.

Este ícono indica que la actividad debe ser resuelta en una hoja aparte.

12

Un número con fondo de color indica que la actividad es de mayor complejidad.

AIQUE